ගැටුම්

(IMPACTS)

Ruwan Darshana
B.Sc. (Hons)

2021 THEORY

01. u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන m ස්කන්ධයකින් යුත් A නම් ගෝලයක් නිශ්චලතාවයේ පවතින m ස්කන්ධයෙන් යුත් B නම් ගෝලයක ගැටේ. ඒවා අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B හි ප්‍රවේග සොයන්න.

02. u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන A නම් ගෝලයක් බරින් සමාන තවත් සර්වසම B නම් $2u$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වන ගෝලයක් සමග ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B වල ප්‍රවේග සොයන්න.

03. ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට $2u$ හා $3u$ ප්‍රවේගවලින් 4m හා 2m ස්කන්ධ සහිත ගෝල 2 ක් ගමන් කරමින් පූර්ණ ප්‍රත්‍යාස්ථ ලෙස සරල ගැටුමක් සිදුවේ. ගැටුමෙන් පසු ප්‍රවේග නිර්ණය කරන්න.

04. ස්කන්ධය m, 2m වන සුමට ගෝල දෙකක් u, $3u$ ප්‍රවේගවලින් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලිත වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. e = 0.5 නම්, ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග සොයන්න. ගෝල අතර ආවේගය හා පද්ධතියේ ශක්ති හානිය සොයන්න.

05. සුමට තිරස් තලය මත ස්කන්ධය 2m, m වන සුමට A, B ගෝල දෙකක් නිසලව ඇත. A හා B සරලව ගැටෙන සේ A මත I ආවේගයක් යොදනු ලැබේ. ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග සොයන්න. ගෝල අතර ආවේගය J නම්, J = 1/3 (1 + e) හා බව පෙන්වන්න. පද්ධතියේ ශක්ති හානිය $\dfrac{JI(1-e)}{4m}$ බව ද පෙන්වන්න.

06. ස්කන්ධය m_1, m_2 ඒකාකාර සමාන බෝල දෙකක් u_1, u_2 ප්‍රවේගවලින් එකම දිශාවට චලිත වෙමින් සරලව ගැටේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග සොයන්න. ගෝල අතර ආවේගය $\dfrac{m_1m_2}{m_1+m_2}(1+e)(u_1-u_2)$ බවත් පද්ධතියේ ශක්ති හානිය $\dfrac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}$ බවත් පෙන්වන්න. e = 1 විට ශක්ති හානිය සොයන්න.

07. චලනය වෙමින් පවතින සුමට ගෝලයක්, එම ගෝලයේ ස්කන්ධය මෙන් දෙගුණයක ස්කන්ධයක් සහිත නිශ්චලතාවේ ඇති තවත් ගෝලයක් සමග ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B හි ගෝලවල ප්‍රවේග අතර අනුපාතය 1 + e : 1 − 2e බව පෙන්වන්න.
(ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය = e ලෙස සලකන්න.)

08. M ස්කන්ධයෙන් යුත් V ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන A නම් ගෝලයේ නිශ්චලව පවතින බිත්තියක ගැටේ. බිත්තියත්, ගෝලයත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, ගැටුමට පසු ගෝලයේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

Scanned with CamScanner

09. M ස්කන්ධයෙන් යුත් ගෝලයක් එහි ප්‍රවේගයෙන් $\frac{1}{n}$ ප්‍රවේගයක් ද එම ස්කන්ධයෙන් $\frac{1}{m}$ ස්කන්ධයක් ද ගන්නා වූ තවත් ගෝලයක් හා ගැටේ. මුල් ගෝලය නිශ්චල වේ නම්, e සොයන්න.

10. h උසක සිට සුමට තිරස් බිමක වදින සේ බෝලයක් අත හරිනු ලැබේ. බිම වැදීමෙන් පසු $\frac{h}{4}$ උසක් බෝලය ඉහළට නැගුණේ නම්, බෝලය හා පොළොව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

11. h උසක සිට අංශුවක් අචල තිරස් තලයක් මත ගැටේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, අංශුව පොලා පැනීම නතර වන තෙක් චලනය වූ මුළු දුර $\frac{(1+e^2)\,h}{(1-e^2)}$ බවත්, ගෙවුනු මුළු කාලය $\sqrt{\frac{2h}{g}}\ \frac{(1+e)}{(1-e)}$ බවත් පෙන්වන්න.

12. සර්වසම A, B, C ගෝල 3 ක් තිරස් සුමට මේසයක් මත A හා C අතර B පිහිටන පරිදි සරල රේඛාවක නිශ්චලතාවයේ ඇත. A ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් B දෙසට තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලදී.

(i) A, B සමග ගැටුණු පසු A හා B හි ප්‍රවේග සොයන්න.

(ii) B, C සමග ගැටුණු පසු B හා C හි ප්‍රවේග සොයන්න.

(iii) ගැටුම් 2 ක් පමණක් ඇතිවීමට අවශ්‍යතාවය සොයන්න.
(A හා B අතර ද, B හා C අතර ද, ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e හා e' වේ.)

13. A සුමට ගෝලයක් තිරස් තලය මත චලිත වී මේසය මත සමාන සුමට B ගෝලයක් සමග සරලව ගැටේ. B ගෝලය බිත්තියේ L සිට am දුරින් O හි පිහිටා ඇත. ගෝලවල කේන්ද්‍රයන් බිත්තියට ලම්බ සරල රේඛාවක ඇත. A හා B අතර දෙවන ගැටුම බිත්තියේ සිට $\frac{2ae^2}{1+e^2}$ දුරින් මේසය මත ලක්ෂ්‍යයකදී වන බව පෙන්වන්න. ගැටුම් සියල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. A හා B හි දෙවන ගැටුම OL හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ වේ නම්, $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

14. අරයන් සමාන ස්කන්ධ m, m, M වන සුමට A, B, C ගෝල තුනක් සරල රේඛාවක නිසලව ඇත. A ගෝලය B හි සරලව වදින සේ ප්‍රක්ෂේප කර ඇත. ගැටුමට පසු B ගෝලය C හි වදී. ඉන්පසු B හා A ගැටේ. A හා B හි දෙවන ගැටුමට පසු A නිසල වේ.
$M[e(1+e)^2-(1-e)^2] = m[e(1+e)^2+(1-e)^2]$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

15. ස්කන්ධ 3m බැගින් වන සමාන අරයෙන් යුත් Q, R සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තලය මත ඇත. ස්කන්ධය 2m වන අරය සමාන වන P ගෝලයක් ප්‍රවේගයෙන් චලිත වී Q හි වදී. ගැටුමේදී P නිසල වූයේ නම්, e = C බව පෙන්වන්න. e = B නම් පද්ධතියේ මුළු ශක්ති හානිය $\frac{424\, mu^2}{675}$ බව පෙන්වන්න.

16. A සහ B සමාන ස්කන්ධ දෙකක් තිරස් සුමට මේසයක් මත එකිනෙකට ආසන්නව තබා ඇත. තවත් ඒ සමාන C ස්කන්ධය ඒවායේ සිට d දුරක් ඈතින් එම සරල රේඛාවේ පිහිටන පරිදි මේසය මත තබා ඇත. B හි ගැටෙන පරිදි A ට u වේගයක් දෙන ලදී. A සහ B අතරත්, B සහ C අතරත් ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් A සහ B ගේ ගැටුම් B සහ C ගේ ගැටුම යන ගැටුම්වලින් පසු අංශුවල ප්‍රවේග සොයා A සහ B දෙවන වතාවටත් ගැටෙන බව පෙන්වන්න. A සහ B ගේ මුල් ගැටුමේ සිට A සහ B ගේ දෙවන ගැටුමට ගතවන කාලය සොයන්න.

17. සමාන අරය ඇති සුමට A, B ගෝල දෙකක ස්කන්ධය 2m හා m වේ. ගෝල දෙක u ප්‍රවේගවලින් සුමට තිරස් තලය මත එකිනෙක දෙසට චලිත වෙමින් ගැටේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e_1 වේ. $e_1 = A$ නම්, ගැටුමේදී A ගෝලය නිසලවන බව පෙන්වන්න.

$e_1 > A$ නම්, ගෝලවල ආරම්භක ප්‍රවේග ගැටුමේදී ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ. එම අවස්ථාවේදී B ගෝලය සුමට සිරස් බිත්තියක ලම්බව වදී. බිත්තිය හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e_2 වේ. A හා B නැවත ගැටයේ නම්, $e_2 > \frac{2e_1 - 1}{1 + 4e_1}$ බව පෙන්වන්න.

$e_1 = e_2 = e$ නම්, $A < e < 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

18. පොළොවේ h උසක සිට නිශ්චලතාවයේ අත්හරින අංශුවක පොළොවේ ගැටීමෙන් පසු n වන ගැටුමකට පසු ප්‍රවේගය හා ඒ සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.

19. ස්කන්ධය M වූත්, දිග l වූත් පියන නැති ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක හැඩය ගන්නා හිස් භාජනයක් වැසූ කොන උඩු අතට සිටින සේ අප්‍රත්‍යස්ථ තිරස් බිමක යටිකුරුව නිශ්චලව තිබේ. සිලින්ඩරයේ පහත කොනේ කේන්ද්‍රයේ සිට සිරස් දිශාවට $u\ (> \sqrt{2gl})$ ප්‍රවේගයකින් ස්කන්ධය m වූ වෙඩි උණ්ඩයක් භාජනය ඇතුළත සිට නිකුත් කරනු ලැබේ. භාජනය හා වෙඩි උණ්ඩය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණය e නම්, භාජනය බිමින් ඉහළට නගින ප්‍රවේගය සොයන්න.

භාජනයට සාපේක්ෂව උණ්ඩයේ චලිතය සලකා බැලීමෙන් $u_2 = 2lg\left[\frac{1 + \frac{M}{m}}{4e(1+e)}\right]$ නම්,

භාජනය හා උණ්ඩය එක විටම බිමට ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

20. සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් එල්ලා තිබේ. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරේ සමාන M ස්කන්ධයෙන් යුත් ප්‍රතිතෝලකයක් දරා සිටියි. ස්කන්ධය m වූ වීදුරු බෝලයක් u ප්‍රවේගයෙන් බාල්දියේ පැතලි පතුලේ ගැටෙන පරිදි සිරස් ලෙස පොලා පනියි. වීදුරු බෝලයත්, බාල්දියත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, පළමුවැනි ගැටුමත්, දෙවන ගැටුමත් අතර ගෙවීයන කාලය සොයන්න. තවද පළමුවැනි ගැටුමේ සිට මුළු

$T = \dfrac{2eu}{(1-e)\,g}$ කාලයකට පසු ගැටුම් සියල්ලම නවතින බව පෙන්වන්න.

21. ස්කන්ධය 2kg හා 3kg වන A, B සුමට ඒකාකාර ගෝල දෙකක් $4\ ms^{-1}$ හා $2\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගවලින් එකම දිශාවට චලිතවෙමින් සරලව ගැටේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය A වේ. ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේගය, ගෝල අතර ආවේගය සොයා ශක්ති හානිය $\dfrac{9}{5}$ J බව පෙන්වන්න.

22. ස්කන්ධ 3m, 2m kg වන අරයන් සමාන සුමට ඒකාකාර ගෝල දෙකක් එකම දිශාවට $2u$, $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගවලින් චලිතවෙමින් සරලව ගැටේ. ගෝල දෙකෙහි ප්‍රවේග සොයා ඒවා මුල් චලිත දිශාවටම චලිතවන බව පෙන්වන්න. ගෝල අතර ආවේගය සොයන්න.

ගැටුමේදී ශක්ති හානිය $\dfrac{mu^2}{15}$ J බව දී ඇති විට $e = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ බව පෙන්වන්න.

23. ස්කන්ධ mkg වන සුමට ගෝලයක් $u\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතවෙමින් නිසල ස්කන්ධය Mkg වන සමාන අරය ඇති සුමට ගෝලයක ගැටේ. ගැටුමේදී m ගෝලයේ චලිත දිශාව ප්‍රත්‍යාවර්ත වේ නම් $m < eM$ බව පෙන්වන්න. ගෝල අතර ආවේගය $\dfrac{mMu\,(1+e)}{m+M}$ බව පෙන්වා පද්ධතියේ ශක්ති හානිය $Ju\,(1+e)$ බව පෙන්වන්න. ගෝල අතර ආවේගය J වේ.

24. m, Mkg ස්කන්ධ ඇති සුමට, අරය සමාන ගෝල දෙකක් සරල රේඛාවක චලිත වේ. M ගෝලයට සාපේක්ෂව m හි ප්‍රවේගය $u\,ms^{-1}$ වේ. ගෝල ගැටීම නිසා ශක්ති හානිය $\dfrac{mM\,(1-e^2)\,u^2}{m+M}$ J බව පෙන්වන්න.

25. ස්කන්ධය 2mkg වන සුමට කුඩා A ගෝලයක් සුමට තිරස් තලය මත $u\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ. එම A ගෝලය නිසලව තලය මත ඇති සමාන අරය ඇති ස්කන්ධය mkg වන B ගෝලයක් සමග සරලව ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග සොයන්න. ගැටුමින් පසු B ගෝලය සිරස් සුමට කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථ බිත්තියක වැදී පොලා පනී. ඉන්පසු A හා B දෙවන වර ගැටේ. දෙවන ගැටුමට පසු B හි ප්‍රවේගය $\dfrac{2u}{9}(1+e^2)$ බව පෙන්වා A හි ප්‍රවේගය ද ලබාගන්න.

Scanned with CamScanner

26. A, B, C අරයන් සමාන සුමට ගෝල තුනක ස්කන්ධ m_1, m_2, m_3 වේ. ගෝල පිළිවෙලින් සුමට තිරස් තලය මත සරල රේඛාවක ඇත. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. A ගෝලය සරලව ගැටෙන සේ u ප්‍රවේගයෙන් B වෙත ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. B හි වැදී A නිසල වේ. B ගෝලය C හි වැදී නිසලතාවයට පත්වේ.

(i) m_2 සහ m_3 අගය m_1 හා e මගින් සොයන්න.

(ii) C චලිතවීම ආරම්භ වූ පසු මුළු චාලක ශක්ති හානිය m_1, u හා e මගින් සොයන්න.

(iii) එක් එක් ගැටුම් අතර ආවේග සොයන්න.

27. ස්කන්ධ m, 3m සුමට ඒකාකාර අරයන් සමාන A, B ගෝල දෙකක් සුමට තලය මත සරල රේඛාවක ඇත. A ගෝලය B වෙත සරලව ගැටෙන සේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. B ගෝලය සුමට සිරස් බිත්තියේ වැදී පොලා පැන A හි දෙවනවර ගැටේ. දෙවන ගැටුමේදී B නිසල වේ. $e^3 - 5e^2 - 5e + 1 = 0$ බව පෙන්වන්න. සියළු ගැටුම් සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ.

28. ස්කන්ධය mkg වන A අංශුවක් $v\text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සුමට තිරස් තලය මත චලිත වේ. ස්කන්ධය 2mkg වන නිසල B ගෝලය සමග A සරලව ගැටේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග සොයන්න. B ගෝලය සුමට සිරස් බිත්තියක ලම්බව වදී. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. බෝලය පොලාපැන A සමග නැවත සරලව ගැටේ. දෙවන ගැටුමට පසුව B ගෝලය නැවත නිසල වේ. $e = 2 - \sqrt{3}$ බව පෙන්වා හි ප්‍රවේගය ද ලබාගන්න.

29. A ලක්ෂ්‍යයක සිට ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් සිරස්ව පහළට චලිත වන සේ මුදාහරිනු ලැබේ. P අංශුව තලයේ P හි වැදීමට මොහොතකට පෙර ප්‍රවේගය $v\text{ms}^{-1}$ වේ. එම මොහොතේම ස්කන්ධය 2m වන Q අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයෙන් ගුරුත්වය යටතේම මුදාහරිනු ලැබේ. අංශු දෙක P දෙවනවර තලයේ වැදීමට මොහොතකට පෙර ගැටේ නම් e සොයන්න.

30. සමාන අරයන් ඇති ස්කන්ධ mkg, 3mkg වන සුමට A, B ගෝල දෙකක් එකම දිශාවට සුමට තලය මත $u\text{ms}^{-1}$, $\lambda c\text{ms}^{-1}$ $(0 < \lambda < 1)$ ප්‍රවේගවලින් චලිත වෙමින් සරලව ගැටේ. ගැටුම නිසා A ගෝලය නිසල වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\dfrac{3\lambda + 1}{3(1-\lambda)}$ බව පෙන්වන්න. $\lambda \leq B$ අපෝහනය කරන්න. ගැටුමේදී මුල් චාලක ශක්තිය 25% ක් නැතිවූයේ නම් $\lambda = \dfrac{\sqrt{189} - 12}{2}$ බව පෙන්වන්න.

31. අංශුවක් $u\text{ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සුමට තිරස් තලය මත චලිත වේ. අංශුව සුමට සිරස් බිත්තියක ලම්බව වදී. බිත්තිය මත ආවේගය සොයා ගැටුම නිසා ශක්ති හානිය EJ වේ. අංශුවේ හා බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\sqrt{1 - \dfrac{2E}{mu^2}}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

32. A, B, C අංශු තුනක් සුමට තිරස් තලය මත සරල රේඛාවක ඇත. A හා C අතර B ඇත. ඒවායේ ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m, 3m හා km වේ. A ට J ආවේගය ලබාදුන් විට එය B හා සරලව ගැටේ. ගැටුමේදී A නිසලවන අතර u ප්‍රවේගයෙන් B චලිත වී C හි ගැටේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ.

(i) $J = 3mu$ බව පෙන්වන්න. e = B බව ද ලබාගන්න.

(ii) B හා C අතර ගැටුමේ ශක්ති හානිය සොයන්න.

(iii) $k > 9$ නම්, A හා B දෙවනවර ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

33. සුමට තිරස් මේසයක් මත ස්කන්ධ m, m, 2m වන A, B, C අංශු 3 ක් සරල රේඛාවක ඇත. A හා B අතර දුර a ට කුඩා වේ. B හා C අතර දුර a ට වැඩිවේ. a දිග අවිතන්‍ය තන්තුවකින් A හා B යාකර ඇත. B අංශුව u වේගයෙන් C කරා ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

B හා C ගැටී $\dfrac{3a}{u(1+e)}$ කාලයකට පසු A හා B ගැටෙන බව පෙන්වන්න. එවිට C සිට B ට දුර $\dfrac{3ae}{2(1+e)}$ බව ද ලබාගන්න. e ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

34. සමාන අරය ඇති A, B, C සුමට ස්කන්ධය m, λm, $\lambda^2 m$ වන ගෝල තුනක සුමට තිරස් කාණුවක චලිතවීමට නිදහස් වේ. λ නියත වේ. A හා C ගෝල අතර B ඇත. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. A ගෝලය B දෙසට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. පළමු ගැටුමට පසු A, B ගෝලවල ප්‍රවේග $\left[\dfrac{1-\lambda e}{1+\lambda}\right]u$, $\left[\dfrac{1-\lambda e}{1+\lambda}\right]u$ බව පෙන්වන්න.

$\lambda e < 1$ විට දෙවන ගැටුමට පසු, B, C හි ප්‍රවේගය සොයන්න. $e < \lambda$ නම් තෙවන ගැටුමක් වන බව පෙන්වන්න.

35. කුඩා සුමට ගෝලයක් සුමට තිරස් තලයකට h ඉහළින් ඇති ලක්ෂ්‍යයක සිට නිදහසේ $t = 0$ විට මුදාහරිනු ලැබේ. තිරස් තලය සමග පළමු ගැටුමෙන් පසු ගෝලය h_1 ඉහළකට නගී. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් $h_1 = e^2 h$ බව පෙන්වන්න. බෝලය තලය මත නිසල වන අවස්ථාව දක්වා පොලා පනිමින් චලිත වේ. නිසලවීම දක්වා බෝලය චලිත වූ දුර $\dfrac{(1+e^2)h}{(1+e^2)}$ බව පෙන්වන්න.

බෝලය තලය මත නිසලවීමට කාලය $\dfrac{1+e}{1-e}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

36. ස්කන්ධය M වන දිග $2a$ වන තුනී සිලින්ඩරාකාර AB නළයක් සුමට තිරස් තලය මත නිසලව ඇත. ආරම්භයේදී AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන O හි නිසලව තිබෙන ස්කන්ධය m වන වීදුරු බෝලයක් නළය තුළ නිදහසේ චලිත වේ. නළයේ දෙකෙළවර වෘත්තාකාර තැටි දෙකකින් වසා ඇත. A කෙළවර මත AB දිශාවට I ආවේගයක් යොදනු ලැබේ. නළයට සාපේක්ෂ ලෙස වීදුරු

Scanned with CamScanner

බෝලයේ චලිතය සැලකීමෙන් A හි ගැටීමෙන් පසු නැවත වීදුරු බෝලය O ට පැමිණීමට කාලය $\frac{aM}{I}\left[1+\frac{1}{e}\right]$ බව පෙන්වන්න. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. වීදුරු බෝලය O ට පැමිණෙන විට ආරම්භක පිහිටීමේ සිට නළය ගිය දුර සොයන්න.

37. සමාන ප්‍රමාණයෙන් යුත් ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m, 7m සහ 14m වූ A, B, C සුමට ගෝල තුනක් සුමට තිරස් මේසයක් මත ඒවායේ කේන්ද්‍ර සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදි A සහ C අතර B තබා ඇත. එක් එක් ගෝල යුගලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. දැන් A ගෝලය B සමග සරල ගෙස ගැටෙන පරිදි ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගැටුම් දෙකකට පසුව A සහ C සමාන වේගවලින් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට චලනය වෙයි නම් e හි අගය සොයා, මෙවිට,

(i) දෙවන ගැටුමෙන් පසු B ගෝලය ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බවත්,

(ii) ගැටුම් දෙකකට පසු ඉතිරි චාලක ශක්තිය ආරම්භක අගයෙන් $\frac{1}{9}$ ක් බවත් පෙන්වන්න.

[Model]

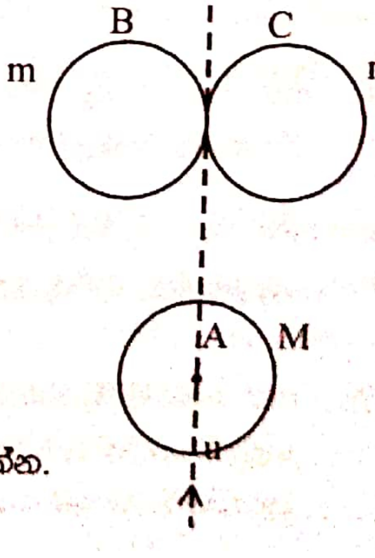
38. P නම් කුඩා ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝලයක් සුමට තිරස් ගෙබිම මත සුමට සිරස් බිත්තියකට d දුරකින් නිශ්චලතාවයේ ඇත. P ට සර්වසම Q නම් ගෝලයක් තලය දිගේ බිත්තියට ලම්බ දිශාවකට චලනය වෙමින් P සමග ගැටුමට යෙදේ. සෑම ගැටුමක් සඳහා ම ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි නම්,

(ii) පළමු ගැටුමෙන් $\frac{2d(1+e)}{u(1+e^2)}$ කාලයකට පසුව බිත්තියේ සිට $\frac{2e^2d}{1+e^2}$ දුරකදී ගෝල දෙක නැවත ගැටෙන බවත්,

(ii) P සමග දෙවන ගැටුමේදී Q ගෝලය නිශ්චලතාවයට පත්වන්නේ නම් $e^3 + e^2 + 3e = 1$ බවත් පෙන්වන්න.

මිශ්‍ර ගැටළු

39. එක සමාන අරයෙන් යුතු එහෙත් පිළිවෙලින් M, m හා m ස්කන්ධ ඇති A, B, C ගෝල තුනක් සුමට මේසයක් මත තිබෙයි. ආරම්භයේදී රූපසටහනින් පෙන්නුම් කෙරෙන ආකාරයට A හා C එකිනෙකට ස්පර්ශ වෙමින් නිශ්චලතාවේ තිබෙන අතර B හා C එකිනෙකට ස්පර්ශ වෙමින් නිශ්චලතාවේ තිබෙන අතර B හා C වල පොදු ස්පර්ශකය දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. ගැටුමෙන් පසුව B වලත් C වලත් ප්‍රවේගයන්හි විශාලත්ව එක එකක් $\frac{\sqrt{3}uM(1+e)}{(2M+3m)}$ බව පෙන්වන්න.



Scanned with CamScanner

මෙහි e යනු එක් එක් ගෝල යුගල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වෙයි. ගැටුමින් පසු A හි ප්‍රවේගය සොයන්න. ගැටුම හේතුකොට ගෙන මුල් චාලක ශක්තියෙන් $\dfrac{3m(1-e^2)}{2M+3m}$ ප්‍රමාණයක් හානි වූ බව පෙන්වන්න.

40. A, B, C වනාහි ස්කන්ධය පිළිවෙලින් M, m, m වූ ද එක එකෙහි අරය a වූ ද සුමට ගෝල තුනකි. B හා C එකිනෙක හා ස්පර්ශ වෙමින් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව පිහිටයි. B හා C හි කේන්ද්‍ර රේඛාවට ලම්බක දිශාවකින් ඒවා හා සමකලය ගැටෙන පරිදි u ප්‍රවේගයකින් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A ගෝලය හා අනෙක් එක් එක් ගෝලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමින් පසු එක් එක් ගෝලයේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

41. සුමට තිරස් තලය මත A ලක්ෂ්‍යය සිට තිරසට 60^0 ක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ සුමට ගෝලයක් A සිට dm දුරින් වන සුමට බිත්තියේ B හි වදී. B වලින් පොලා පැන නැවත A හි වදී. A, B තුළින් සිරස් තලය බිත්තියට ලම්බ වේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, $\sqrt{3}\,eu^2 = 2dg(1+e)$ බව පෙන්වන්න. ස්කන්ධය m නම් ගෝලය මත බිත්තියෙන් ආවේගී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

42. සුමට r වන සිලින්ඩරාකාර භාජනයක A වලින් සුමට ඒකාකාර බෝලයක් තිරසට α ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. බෝලය සිලින්ඩරයේ බිත්තිවල ක්‍රමයෙන් වැදී B ට පැමිණේ. ගැටුම් සියල්ලම සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. $e^2v^2 \sin\alpha \cos\alpha = gr(1+e+e^2)$ බව පෙන්වන්න. $\alpha = 30^0$ හා $e = \dfrac{1}{2}$ නම්, $v^2 = \dfrac{28gr\sqrt{3}}{3}$ බව අපෝහනය කරන්න.

43. අරය a වන සුමට වෘත්තාකාර බන්දේසියකට කුඩා සිරස් ගැට්ටක් පරිධිය වටේ ඇත. පරිධියේ A ලක්ෂ්‍යයෙන් v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කළ සුමට කුඩා ගෝලයක් ගැට්ටේ B හි වැදී ඉන්පසු C හි වැදී නැවත A ට පැමිණේ. $\tan^2\alpha = \dfrac{e^3}{1+e+e^2}$ බව පෙන්වන්න. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ. ගෝලය A වලින් වෘත්තයේ අරයට 30^0 ක් ආනතව ප්‍රක්ෂේප කළ විට මෙම ක්‍රියාව සිදුවීමට අවශ්‍යතාව සොයන්න.

44. ස්කන්ධය m kg වන සුමට ඒකාකාර ගෝලයක් u ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලිත වෙමින් නිසල ස්කන්ධය 2mkg වන ගෝලයක කේන්ද්‍ර රේඛාවට α ආනතය ගැටේ. ගැටුමට පසු ගෝලවල ප්‍රවේග, ගෝල අතර ආවේගය සොයා ගැටුමේ දී ශක්ති හානිය $\dfrac{mu^2}{3}(1-e^2)\cos^2\alpha$ බව පෙන්වන්න. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගෝලවල නම් චලිත දිශාවන් සොයන්න.

45. සමාන බෝල K ගණනක් සරල රේඛාවක ඇත. පළමු බෝලය දෙවැන්නේ සරලව ගැටෙන සේ u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. k වන බෝලය චලිත වීම අරඹන ප්‍රවේගය සොයන්න. e ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

Scanned with CamScanner

46. සුමට තිරස් මේසයක අරය a වන වෘත්තාකාර කුඩා කාණුවක් සාදා ඇත. අරය a බැගින් හා ස්කන්ධ m, M වන කුඩා අංශු දෙකක් වෘත්තයේ විෂ්කම්භය දෙකෙළවර තබා ඇත. m ට I ආවේගයක් යොදා කුඩා කාණුව තුළ චලිත වීමට සකසනු ලැබේ. නිසල M හි T කාලයකට පසු m අංශුව ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. පළමු ගැටුමට පසු අංශුවල ප්‍රවේග m, M, T, e ඇසුරින් සොයන්න. පළමු හා දෙවන ගැටුම අතර කාලය ද ලබාගන්න.

$e \leq \dfrac{m}{M}$ නම්, පළමු හා දෙවන ගැටුම් අතර කාලයේදී M අඩුම වශයෙන් එක් පරිභ්‍රමණයක් සිදුකර ඇති බව පෙන්වන්න.

47. සුමට පරිධිය $3a$m වන කම්බියක් තිරස්ව අචලව සවිකර ඇත. A, B, C සමාන මුදු තුනක් කම්බියේ චලිත වීමට නිදහස් වේ. B හා C මුදු නිසලව ඇත. BC චාපය 3m වේ. මහාලක්ෂ්‍යය දිගේ මුද්ද v ප්‍රවේගයෙන් චලිත වී B හි වදී. ඉන්පසු B මුද්ද C හි වදී. ගැටුම දෙකට පසු A, B හා C හි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් $(1-e)\dfrac{v}{2}$, $(1-e^2)\dfrac{v}{4}$ සහ $(1-e^2)\dfrac{v}{4}$ වේ නම් $e < 2\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

48. තිරසට 30^0 ආනත සුමට තලයක් මත O ලක්ෂ්‍යයක h සිරස දුරක් ගුරුත්වය යටතේ වැටුනු සුමට ගෝලයක් ගැටේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\dfrac{1}{4}$ වේ. ආනත තලය මත තෙවන ගැටුම සිදුවන ලක්ෂ්‍යය B නම්, $OB = \dfrac{105h}{128}$ h sin α බව පෙන්වන්න.

49. සුමට තිරස් තලයක් මත ඒකාකාර හරස්කඩකින් යුත් වෘත්තාකාර කාණුවක් කපා තිබේ. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයෙහි 60^0 ක කෝණයක් ආපාතනය කෙරෙන පිහිටීමක කාණුව තුළ A, B සමාන සුමට ගෝල දෙකක් තබා ඇත. A ගෝලය B දෙසට ප්‍රක්ෂේපනය කර තත්. t කාලයකට පසු ගෝල දෙක ගැටේ. ඉන්පසු නැවත 18t කාලයකට පසු ගෝල ගැටේ නම්, ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

50. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m_1 සහ m_2 වූ A, B කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් වෘත්තාකාර කාණුවක විෂ්කම්භයක දෙකෙළවරෙහි නිශ්චලව තබා ඇත. A ගෝලය B දෙසට ප්‍රක්ෂේපණය කර t කාලයකට පසු එය B හි ගැටේ. තවත් 4t කාලයකට පසු ගෝල දෙක නැවත ගැටේ නම්, ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න.

51. ස්කන්ධය m සහ දිග h වූ A අවලම්බයක් සිරස් පිහිටීමක නිශ්චලව තිබේ. එයට ආසන්නව සවිකර ඇති සමාන අවලම්බයක් තිරස් පිහිටීමක තබා නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අවලම්බ දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, ගැටීමෙන් පසු ප්‍රවේග සොයන්න. A අවලම්භය උපරිම උස කරා එලැඹුනු පසු යටි සිරස සමඟ සාදන කෝණය α නම්, $\cos\alpha = (3+e)(1-e)/4$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

52. පතුල තිරස්ව පිහිටන පරිදි සුමට වෘත්තාකාර වීදුරු බන්දේසියක් අචලව තබා ඇත. පරිධිය අසල පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට, එම ලක්ෂ්‍යයේ ස්පර්ශකය සමඟ α කෝණයක් සෑදෙන දිශාවක් ඔස්සේ ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද අංශුවක් පරිධියෙහි දෙවරක් ගැටී ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය කරා පැමිණෙයි නම්, $\tan^2\alpha = (1 + \frac{1}{e} + \frac{1}{e^2})\frac{1}{e}$ බව සාධනය කරන්න.

53. ස්කන්ධය M හා දිග $2a$ වූ සුමට, සෘජු සිලින්ඩරාකාර නලයක් අක්ෂය තිරස් වන පරිදි සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇති අතර, නලයේ එක් කෙළවරක සිට a දුරින් නලය තුළ ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා ඇත. අංශුව නලය තුළ යන්තමින් චලනය වීමට නිදහස්ය. නලයේ දෙකෙළවර වසා අංශුවට ආසන්න කෙළවර මත නලයේ අක්ෂය ඔස්සේ I ආවේගයක් යොදනු ලැබේ. නලය තිරස් තලය මත චලනය වීමට නිදහස්ය. අංශුව දෙවැනි වරට නලයේ මුහුණතක හැපීමට ගතවන කාලය $\frac{aM}{1}\frac{(e+3)}{e}$ බව පෙන්වන්න. එවිට නලයට තිරස් තලය ඔස්සේ චලනය වී ඇති දුර ද සොයන්න.

54. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් u සිරස් ප්‍රවේගයකින් ඇද වැටෙමින්, ස්කන්ධය M වූ අර්ධ ගෝලයක සුමට වක්‍ර පෘෂ්ඨයෙහි ගැටෙයි. අර්ධ ගෝලයේ තල මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක් මත ස්පර්ශ වී ඇති අතර අර්ධ ගෝලය තිරස්ව චලනය වීමට නිදහස්ය. ගැටෙන මොහොතේදී අර්ධ ගෝලයේ කේන්ද්‍රය සහ අංශුව යා කරන රේඛාව උඩු සිරස සමග α කෝණයක් සාදයි. ගැටුම නිසා යෙදෙන ආවේගය $\frac{Mm(1+e)u\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. චාලක ශක්තිය සොයන්න.

55. A, B සමාන අංශු දෙකක් a සමාන දිගැති අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින් එල්ලා ඇත්තේ අංශු නිශ්චලතාවයෙහි ඇතිවිට ස්පර්ශව පවතින පරිදිය. A අංශුව $2a$ උසක් කරා ඔසවා $\sqrt{2ga}$ තිරස් ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A අංශුව B හි ගැටීමෙන් පසු B අංශුව A හි ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය කරා යන්තමින් ළඟා වේ නම් $e - 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 1$ බව පෙන්වන්න.

56. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇති අතර, තන්තුව A අචල කප්පියක උඩින් යමින් අනිත් කෙළවරෙහි ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් දරයි. O සහ A අතර වූ තන්තු කොටස මත ස්කන්ධය 4M වූ සචල කප්පියක් රඳවා ඇත්තේ තන්තුවේ කප්පි සමඟ ස්පර්ශ නොවූ කොටස් සිරස්ව පිහිටන පරිදිය. පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙහි ඇති විට ස්කන්ධය m වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ බෝලයක් u සිරස් ප්‍රවේගයකින් බාල්දිය මත වැටෙන්නට සලස්වනු ලැබේ. බෝලය සහ බාල්දිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, ගැටුම නිසා බාල්දියට ලැබෙන ප්‍රවේගය $\frac{m(1+e)u}{2M+m}$ බව පෙන්වන්න. ගැටුම සිදුවන මොහොතෙහි බෝලය සහ බාල්දිය අතර යෙදෙන ආවේගය ද සොයන්න.

Scanned with CamScanner

57. සමාන ප්‍රමාණයෙන් යුත් ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m, 7m සහ 14m වූ A, B, C සුමට ගෝල තුනක් සුමට තිරස් මේසයක් මත ඒවායේ කේන්ද්‍ර සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදි A සහ C අතර B තබා ඇත. එක් එක් ගෝල යුගලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. දැන් A ගෝලය B සමග සරල ගෙස ගැටෙන පරිදි ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගැටුම් දෙකකට පසුව A සහ C සමාන වේගවලින් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට චලනය වෙයි නම් e හි අගය සොයා,
මෙවිට,

(i) දෙවන ගැටුමෙන් පසු B ගෝලය ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බවත්,

(ii) ගැටුම් දෙකකට පසු ඉතිරි චාලක ශක්තිය ආරම්භක අගයෙන් $\frac{1}{9}$ ක් බවත් පෙන්වන්න.

[Model]

58. P නම් කුඩා ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝලයක් සුමට තිරස් ගෙබිම මත සුමට සිරස් බිත්තියකට d දුරකින් නිශ්චලතාවයේ ඇත. P ට සර්වසම Q නම් ගෝලයක් තලය දිගේ බිත්තියට ලම්භ දිශාවකට චලනය වෙමින් P සමග ගැටුමට යෙදේ. සෑම ගැටුමක් සඳහා ම ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි නම්,

(ii) පළමු ගැටුමෙන් $\frac{2d(1+e)}{u(1+e^2)}$ කාලයකට පසුව බිත්තියේ සිට $\frac{2e^2d}{1+e^2}$ දුරකදී ගෝල දෙක නැවත ගැටෙන බවත්,

(ii) P සමග දෙවන ගැටුමේදී Q ගෝලය නිශ්චලතාවයට පත්වන්නේ නම් $e^3 + e^2 + 3e = 1$ බවත් පෙන්වන්න.

පසුගිය විභාග ගැටළු

59. A, B, C වනාහි ස්කන්ධ පිළිවෙලින් M, m, m වූ ද එක එකෙහි අරය a වූ ද සුමට ගෝල තුනකි. B හා C එකිනෙක හා ස්පර්ශ වෙමින් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව පිහිටයි. B හා C හි කේන්ද්‍ර රේඛාවට ලම්බක දිශාවකින් ඒවා හා සමකලයව ගැටෙන පරිදි u ප්‍රවේගයකින් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A ගෝලය හා අනෙක් එක් එක් ගෝලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු එක් එක් ගෝලයේ ප්‍රවේගය සොයන්න. $6em = M(1-3e)$ වේ නම්, පසුව ඇතිවන චලිතයේ දී B හා C කේන්ද්‍ර රේඛාවට නියත දුරකින් A ගෝලය පිහිටන බව පෙන්වන්න.

[A/L - 1976]

Scanned with CamScanner

60. එක එකක් m ස්කන්ධයෙන් යුත් A, B, C ගෝල තුනක් ඒවායෙහි කේන්ද්‍ර සරල රේඛාවක් ඔස්සේ පිහිටන සේ නිශ්චලතාවයෙහි පවතියි. A, B ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ද, B, C ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ද වෙයි. A ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් කෙළින්ම B දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. පළමුවන ගැටුමේදී A ගෝලය B හි වදියි. දෙවන ගැටුමේ දී B ගෝලය C හි වදියි. දෙවන ගැටුමට මොහොතකට පසු A හිත් B හිත් ප්‍රවේග සොයන්න. මේ නයින්, $\frac{1}{3} \le e \le 1$ විට $e \le \frac{3e-1}{e+1}$ නම්, ගැටුම් ඇතිවන්නේ දෙකක්ම පමණක් බව පෙන්වන්න. ***[A/L - 1982]***

61. සමාන අරයන්ගෙන් යුත් A, B හා C ගෝල තුනක් ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m, 2m හා 3m වේ. ගෝල A හා C අතර B සිටින සේ ද ඒවායේ කේන්ද්‍ර සරල රේඛාවක සිටින සේ ද තිරස් සුමට මේසයක් මත නිශ්චලතාවයේ පවතී. කේන්ද්‍රයන්ගේ රේඛාව ඔස්සේ B දෙසට A ගෝලයට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. ගෝල එක් එක් යුගලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්,

(i) B සමඟ ගැටුනු වහාම A හි වේගය සහ

(ii) C සමඟ ගැටුනු වහාම B හි වේගය සොයන්න. $e > \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ නම්, B සමඟ A දෙවන වරකට නොගැටෙන බව පෙන්වන්න. ***[A/L - 1989]***

62. A හා B යන කුඩා ගෝල දෙකක ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m හා m වෙයි. ගෝල දෙක සුමට බිමක් මත තබා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර යා කෙරෙන රේඛාව සිරස් බිත්තියකට ලම්බ වන පරිදිය. බිත්තියටත් A ගෝලයටත් අතරින් බිත්තියේ සිට x දුරකින් B ගෝලය පිහිටා තිබේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ද B හා බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය 1/2 ද වේ. කේන්ද්‍ර යා කෙරෙන රේඛාව දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. මෙවිට එය B හා නොවක් ලෙස ගැටේ. ඉන්පසු B බිත්තියේ ගැටී පොළා පැන නැවත A හා ගැටෙයි. පළමු ගැටීමෙන් පසු A හි ත් B හි ත් ප්‍රවේග සොයන්න.

(i) B ගෝලය බිත්තියේ ගැටෙන මොහොතේ දී බිත්තියේ සිට $\frac{3ex}{2(1+e)}$ දුරකින් A පිහිටන බවත්,

(ii) B මත A හි පළමුවන ගැටුමෙන් B මත A හි දෙවන ගැටුමත් අතර කාල ප්‍රාන්තරය e කෙරෙන් ස්වායත්ත බවත් ඔප්පු කරන්න. ***[A/L - 1990]***

63. ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට A ගෝලයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින්, මේසය මත නිශ්චලව ඇති සමාන තරමේ, ස්කන්ධය 2m වූ තවත් කුඩා සුමට B ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ඝට්ටනය වෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණය e ය.

(i) B ගෝලය ලබාගන්නා ප්‍රවේගය $(1+e)\frac{u}{3}$ බව පෙන්වා, ගෝල අතර ආවේගය, J සොයන්න.

Scanned with CamScanner

(ii) ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $E = \frac{J}{2}(1 - e)\, u$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(iii) ගැටුම නිසා A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවර්ත්‍ය වූයේ නම් $e > \frac{1}{2}$ බව සහ $E < \frac{1}{4} mu^2$ බව පෙන්වන්න. *[A/L - 2000]*

64. සමාන අරයන් සහිත A, B සුමට ගෝල දෙකක්, සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි, සුමට තිරස් මේසයක් මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වෙයි. ඒවායේ ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m, 3m වන අතර වේග $7u$, $3u$ වෙයි. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. ගැටුමේ ආවේගය $12mu\,(1 + e)$ විශාලත්වයෙන් යුක්ත බව පෙන්වන්න.

ගැටුම නිසා, වඩා කුඩා A ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි නම් e හි අගය නිර්ණය කර, එවිට පද්ධතියේ මුල් චාලක ශක්තියෙන් $\frac{1}{15}$ ක් ඉතිරි වන බව පෙන්වන්න.

[A/L - 2001]

65. සමාන අරයන් සහිත A, B, C සුමට පරිපූර්ණ ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝල තුනක ස්කන්ධ පිළිවෙලින් λm, m, λm වෙයි. මෙහි $\lambda > 1$ වේ. ගෝල තුන සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර ඉහත අකුරු පිළිවෙලට සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදිය. දැන් B ගෝලය, u වේගයෙන් A දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ A සමග සරල ලෙස ගැටෙන පරිදිය.

(i) මෙම පළමු ගැටීමෙන් B හි වේගය $\left[\frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}\right] u$ බවත්,

(ii) $\lambda \leq 2 + \sqrt{5}$ නම්, B ගෝලය A සමග නැවත නොගැටෙන බවත් පෙන්වන්න.

[A/L - 2002]

66. කුඩා අරයන්ගෙන් හා සම ස්කන්ධයෙන් යුත් P සහ Q සුමට ගෝල දෙකක් පළල කුඩා වූද අරය a වූද, සුමට තිරස් වෘත්තාකාර කට්ටයක පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක තිබේ. $t = 0$ කාලයේ දී, P සහ Q ගෝල පිළිවෙලින් U සහ V වේග සහිතව ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට කට්ටය දිගේ සමගාමීව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. P සහ Q ගෝල එකිනෙක මුලින් ම ගැටෙන්නේ කවර t කාලයකදීද?

ගැටුමට පසු පිළිවෙලින් U_1 සහ V_1 වේග සහිතව කට්ටය දිගේ P සහ Q චලනය වේ නම් ද ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\,(< 1)$ නම් ද, U_1 සහ V_1 නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියන්න. $U > V$ නම්,

(i) ගැටුමට පසු, Q ගෝලය එහි මුල් ගමන් දිශාවට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට චලනය වන බවද,

(ii) ගැටුමට පසු ගෝල දෙක ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වන්නේ නම් $e > \frac{U - V}{U + V}$ බවද පෙන්වන්න.

(iii) ඉහත ගැටලුවෙහි ඇති අවශ්‍යතාව e සපුරාලයි නම්, $t = \frac{2\pi a\,(1 + e)}{e\,(U + V)}$ විට P සහ Q නැවත ගැටෙන බව පෙන්වන්න. *[A/L - 2003]*

Scanned with CamScanner

67. කුඩා සුමට A අංශුවක් හා ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට ප්‍රත්‍යස්ථ B අංශුවක් දිග l වූ ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට ගැටගසා ඇති අතර සුමට තිරස් තලයක නිසලව ඇත. දැන් පද්ධතිය, තන්තුව නොබුරුල්ව, AB දිශාව දිගේ u වේගයෙන් චලනය වෙයි. යම් කාලයකට පසුව, B අංශුව තලය මත නිසලව ඇති ස්කන්ධය M වූ සුමට ප්‍රත්‍යස්ථ C අංශුවක් සමග ගැටෙයි. B හා C අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, C අංශුව සමග ගැටීමෙන් පසු B අංශුව $\dfrac{m - eM}{m + M}\, u$ වේගයෙන් චලනය වන බව B සහ C අතර ගැටුම් මොහොතෙන් $\dfrac{(M + m)\, l}{m(1 + e)\, u}$ කාලයකට පසුව A අංශුව B අංශුව සමග ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

[A/L - 2004]

68. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යයි. තන්තුවේ එක කෙළවරකින් ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් සහ අනෙක් කෙළවරින් සමාන ස්කන්ධය සහිත ප්‍රතිතෝලකයක් දරයි. බාල්දියේ තිරස් පතුල සමඟ u ප්‍රවේගයෙන් ගැටෙන පරිදි, ස්කන්ධය m වූ කුඩා බෝලයක් සිරස්ව අත හරිනු ලැබේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි නම්, $\dfrac{m(1 + e)\, u}{2M + m}$ ප්‍රවේගයකින් බාල්දිය චලනය වීමට පටන්ගන්නා බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආවේගය සොයන්න. බෝලයේත්, බාල්දියේත් පළමුවැනි සහ දෙවැනි ගැටුම් අතර කාලයත් සොයන්න.

[A/L - 2006]

69. A හා B යනු පොළොවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දෙකක් වෙයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් AB තිරස් රේඛාව ඔස්සේ යන සිරස් තලයේ AB ට $\alpha \left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් $u\ (> 0)$ ප්‍රවේගයෙන් A ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ස්කන්ධය λm වූ දෙවැනි Q අංශුවක් එම සිරස් තලයේ ම BA ට $\beta \left(0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් B ලක්ෂ්‍යයේ සිට $v\ (> 0)$ ප්‍රවේගයෙන් සමගාමී ව ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. අංශු දෙක උඩුගුවනේ දී ගැටෙයි නම්, $u \sin \alpha = v \sin \beta$ බව හා අංශු ගැටෙන තුරු ඒවාහි සිරස් ප්‍රවේග සංරචක සමාන ව පවතින බව පෙන්වන්න.

ගැටුමට ක්ෂණයකට පෙර P අංශුව තිරස් ව චලනය වන්නේ නම් ඒ මොහොතේ Q අංශුව ද තිරස් ව චලනය වන බව අපෝහනය කරන්න. තවදුරටත් A හා B ලක්ෂ්‍යය අතර දුර $\dfrac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ වෙයි නම් ඒ ගැටුමෙන් පසුව අංශු බද්ධ වෙයි නම්,

(i) $u \cos \alpha = v \cos \beta$ බව

(ii) සංයුක්ත අංශුව $\left(\dfrac{1 - \lambda}{1 + \lambda}\right) u \cos \alpha$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස් ව චලනය වීමට ආරම්භ කරන බව හා

(iii) සංයුක්ත අංශුව A සිට $\dfrac{u^2 \sin 2\alpha}{(1 + \lambda)\, g}$ දුරක දී පොළොවට වැටෙන බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

O අංශුවෙහි ස්කන්ධය P අංශුවෙහි ස්කන්ධය සමඟ සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි නම්, සංයුක්ත අංශුව B හි දී පොළොවට වැටෙන බවත්, අනෙක් අතට P අංශුවේ ස්කන්ධය Q අංශුවේ ස්කන්ධය සමඟ සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි බවත්, සංයුක්ත අංශුව A හි දී පොළොවට වැටෙන බවත් පෙන්වන්න. P හා Q අංශුවල ස්කන්ධ සමාන වෙයි නම්, සංයුක්ත අංශුව පොළොවට වැටෙන්නේ කිනම් ලක්ෂ්‍යයකදීද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

[A/L - 2006]

70. ස්කන්ධය m සහ 2m වූ කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් දිග $2a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය අවල තිරස් දිග කූරකට ගැට ගසා තන්තුවේ කොටස් දෙක ඇදී තිරස්ව තිබෙන පරිදි ගෝල දෙක එකිනෙකට $2a$ දුරින් අල්වා තබනු ලැබේ. ගෝල දෙක දැන් නිශ්චලතාවයේ සිට එකවර මුදා හරිනු ලැබෙයි. පළමු ගැටුමෙන් වඩා බර ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බව දී ඇත්නම් ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. තවද,

(i) දෙවැනි ගැටුමෙන් වඩා සැහැල්ලු ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බවත්,

(ii) ගැටුම් ලක්ෂ්‍යය පිහිටි මට්ටමේ විභව ශක්තිය ශූන්‍ය වෙයි නම්, දෙවැනි සහ තෙවැනි ගැටුම් අතරතුර දී පද්ධතියේ මුළු යාන්ත්‍රික ශක්තිය $\frac{1}{2}mga$ බවත් පෙන්වන්න.

[A/L - 2007]

71. සමාන අරයන් සහිත ස්කන්ධ පිළිවෙලින් a, b, c වූ A, B, C කුඩා සුමට ගෝල තුනක් එම පිළිවෙලට සුමට තිරස් මේසයක් මත වෙන් වෙන්ව තබා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර එකම සරල රේඛාවක පිහිටන ලෙසය. කේන්ද්‍ර රේඛාව දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ B හි ගැටෙන පරිදිය. ඊළඟට B ගෝලය C සමඟ ගැටෙයි. එක් එක් ගෝල යුගලය සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. C ඉවතට චලනය වන ප්‍රවේගය $\dfrac{(1+e)^2u}{\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)}$ බව පෙන්වන්න. පිළිවෙලින් පළමුවැනි සහ දෙවැනි ගැටුම්වලින් පසු A සහ B නිසලතාවට පැමිණෙන බව තවදුරටත් දී ඇත්නම් a : b : c අනුපාතය සොයා පද්ධතියෙහි ඉතිරිවන චාලක ශක්තිය මුල් චාලක ශක්තියේ භාගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

[A/L - 2008]

72. දිග l වූ සරල අවලම්බයක් නිශ්චලතාවේ එල්ලී ඇත්තේ බට්ටා තිරස් ගෙබිමක සිට $2l$ උසකින් ඇතිවය. බට්ටාට සමාන ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් බට්ටා සමඟ තිරස්ව ගැටී පසුව තන්තුවේ ආරම්භක රේඛාවේ සිට $\frac{1}{2}$ තිරස් දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී ගෙබිමට ළඟාවෙයි. ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවට පැමිණීමට පෙර තන්තුව α සුළු කෝණයකින් හැරෙයි නම් අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\dfrac{8\sin\frac{\alpha}{2}-1}{8\sin\frac{\alpha}{2}+1}$ බව පෙන්වන්න.

[A/L - 2009]

Scanned with CamScanner

73. සුමට තිරස් තලයක සිට h උසින් පිහිටි ස්කන්ධය m වූ සුමට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිශ්චලතාවෙන් වැටෙන අතර තලයේ ගැටී පොලා පනී. ගැටීම නිසා ඇතිවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{mgh}{4}$ වේ නම්, අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. අංශුව $\frac{3h}{4}$ උසකට පොලා පනින බව පෙන්වන්න. *[A/L - 2012]*

74. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. එක එකක ස්කන්ධ 2m වූ අංශු දෙකක් මේසය මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට u හා $2u$ වේගවලින් නිසලව තිබෙන අංශුව දෙසට චලනය වෙමින් එය සමඟ එකවිට ගැටී හා වේ. ගැටුම්වලට පසු සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයා ගැටුම් නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{23}{5}\,mu^2$ බව පෙන්වන්න.

[A/L - 2013]

75. අංශුවක් අචල දෘඩ තිරස් ගෙබිමක් වූ ලක්ෂ්‍යයකින් සිරස්ව උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගුරුත්වය යටතේ චලනය වීමෙන් පසු එය ගෙබිම හා ගැටෙයි. අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ වේ.

(i) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(ii) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{2u}{g}(1 + e + e^2)$ බව පෙන්වන්න.

(iii) නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට අංශුව ගන්නා මුළු කාලය $\frac{2u}{g(1 - e)}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

[A/L - 2013]

76. සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් පවතින ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, P හි පෙතෙහි නිසලව තිබෙන m ස්කන්ධය සහිත වෙනත් Q අංශුවක් සමඟ සරල ලෙස ගැටෙයි. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ නම්, ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි ප්‍රවේගවල ඓක්‍යය හා අන්තරය සඳහා ප්‍රකාශන, u හා e ඇසුරෙන් ලබාගන්න. ඒනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, ගැටුමට පසු පද්ධතියේ ඉතිරිවන චාලක ශක්තිය, මුල් චාලක ශක්තියට දරන අනුපාතය $(1 + e^2) : 2$ බව පෙන්වන්න.

[A/L - 2015]

Scanned with CamScanner